IA : Tambacounda
Lycée de Malème Niani
CAP de Mathématiques

Année scolaire : 2023/2024
Classe : 2^{nde}S
Professeur : M. NDIAYE

DEVOIR N°1 DE MATHÉMATIQUES DU PREMIER SEMESTRE / DURÉE 3 HEURE

Exercice 1 : **6,5 points**

1. Soit x et y deux réel tels que $|x-3| \leq 2$ et $d(y;-4) \leq 3$.
   - **a.** Montrer que $1 \leq x \leq 5$ et $-7 \leq y \leq -1$. **(2x0,5pt)**
   - **b.** Donner un encadrement de $x+y$; $x-y$; $\frac{y}{x}$ et xy. **(4x0,5pt)**
2. On donne l'intervalle $L = [1\,;5]$.
   - **a.** Déterminer le centre et le rayon de l'intervalle L. **(0,5pt)**
   - **b.** Recopier et compléter : si $x \in L$ alors $|x - \cdots \;| \leq \cdots$ **(0,5pt)**
3. Traduire chacune des phrases suivantes par un encadrement
   - **a.** 5 est une valeur approchée de x à 10^{-2} $près$. **(0,5pt)**
   - **b.** $-3{,}2$ est une valeur approchée par défaut de b à 3.10^{-1} $près$. **(0,5pt)**
   - **c.** 7 est une valeur approchée par excès de c à $0{,}4$ $près$. **(0,5pt)**
4. Soit $D = \frac{(7-4\sqrt{3})^{2022}(\sqrt{3}-2)^{2023}(\sqrt{3}+2)^{2023}(7+4\sqrt{3})^{2022}}{(2+\sqrt{5})^{2023}(3+2\sqrt{2})^{2022}(2-\sqrt{5})^{2023}(3-2\sqrt{2})^{2022}}$. Justifier que D est un entier relatif. **(1pt)**

Exercice 2 : **5 points**

1. Soit α le réel défini par $\alpha = \sqrt{3-2\sqrt{2}} - \sqrt{3+2\sqrt{2}}$.
   - **a.** Justifier α que négatif. **(0,5pt)**
   - **b.** Calculer α^2 . **(1pt)**
   - **c.** En déduire l'écriture simplifier de α. **(0,5pt)**
2. **a.** Développer $\left(2\sqrt{2}-6\right)^2$ et $\left(\sqrt{2}-6\right)^2$. **(2x0,25pt)**

   b. On donne $\beta = \sqrt{\frac{\sqrt{44-24\sqrt{2}}+3\sqrt{44+24\sqrt{2}}-2\sqrt{8}}{-\sqrt{18}+\sqrt{38-12\sqrt{2}}+\sqrt{32}}}$. Montrer que β est un entier naturel. **(1pt)**
3. Soit n un entier naturel.
   - **a.** Rendre rationnel le dénominateur de $\frac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}$. **(0,5pt)**
   - **b.** En déduire une expression simple de $\frac{1}{1}+\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{1}}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{100}+\sqrt{99}}$. **(1pt)**

Exercice 3 : **5 points**

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et inéquations suivantes : **(5x1pt)**

$\left|3x-\sqrt{2}\right| = 3-\sqrt{2}$; $|-x+5| = 2x-3$; $d(x;-1) = 2-\sqrt{5}$

$|3x-7| \leq 0$; $d(x;3) < 2$.

Exercice 4 : **3,5 points**

Soient x, y et z trois nombres réels.

1. Développer $(x-y)^2$, $(y-z)^2$ et $(x-z)^2$. **(3x0,25pt)**
2. En déduire que $x^2+y^2 \geq 2xy$; $y^2+z^2 \geq 2yz$ et $x^2+z^2 \geq 2xz$. **(3x0,25pt)**
3. Montrer que si x, y et z sont strictement positifs alors $(x^2+y^2)z+(y^2+z^2)x+(x^2+z^2)y \geq 6xyz$. **(1pt)**
4. Montrer que $x^2+y^2+z^2 \geq xy+yz+xz$. **(1pt)**

BONNE CHANCE !